



دفترچه سوال

# حسابان پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول

دی ماه - ۱۴۰۱ تا ۱۴۰۳



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

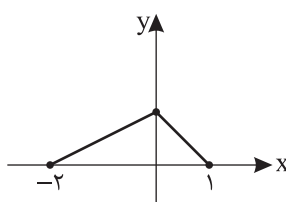
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

صفحه ۱ از ۲

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای رسم نمودار تابع <math>y = f(-x + 1)</math> از روی نمودار تابع <math>f(x)</math>، ابتدا <math>f(x)</math> را یک واحد به سمت راست برده و سپس نسبت به محور <math>y</math>ها قرینه می کنیم.</p> <p>ب) چندجمله ای <math>f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) - 4x + 20</math> بر <math>x+1</math> بخش پذیر است.</p> <p>ج) دوره تناوب تابع <math>f(x) = 3 \cos(\frac{x}{3})</math> برابر <math>\frac{2\pi}{3}</math> است.</p> <p>د) نمی توان بازه ای یافت که تابع <math>y = \tan x</math> در آن نزولی باشد.</p> <p>ه) معادله <math>\sqrt{3} - 2 \sin x = 0</math> در فاصله <math>[0, \pi]</math> یک ریشه دارد.</p> | ۲/۵  |
| ۲    | <p>شکل زیر، نمودار تابع <math>y = f(x)</math> است. به کمک آن نمودار تابع <math>y = f(3x - 2)</math> را رسم کنید.</p>    | ۱    |
| ۳    | <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} 1-x^2 &amp; x \geq 0 \\ \sqrt[3]{x} &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> را رسم کرده، مشخص کنید در کدام بازه، تابع صعودی و در کدام بازه، تابع نزولی است؟</p>   | ۲    |
| ۴    | <p>اگر <math>f(x)</math> تابعی اکیداً نزولی با دامنه <math>\mathbb{R}</math> باشد، دامنه تابع <math>y = \sqrt{f(2x-1) - f(x+1)}</math> را به دست آورید.</p>   | ۱    |
| ۵    | <p>اگر <math>f(x) = x^5 - ax^2 + bx + 3</math> بر <math>x-1</math> بخش پذیر باشد و باقی مانده اش بر <math>x+1</math> برابر <math>-3</math> باشد، <math>a</math> و <math>b</math> را به دست آورید.</p>   | ۲    |
| ۶    | <p>ضابطه تابعی (یا سینوسی یا کسینوسی) را بنویسید که در آن <math>T = \frac{\pi}{5}</math>، <math>\max = -5</math> و <math>\min = -11</math> باشد.</p>  | ۱    |
| ۷    | <p>جواب های معادله <math>\cos x(2 \cos x + 5) = 3</math> را به دست آورید.</p>   | ۱/۵  |
| ۸    | <p>الف) اگر <math>\tan 2\alpha = 2m - 1</math> و <math>\frac{\pi}{8} &lt; \alpha &lt; \frac{3\pi}{8}</math> باشد، محدوده <math>m</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) اگر <math>\tan \alpha = \frac{1}{3}</math> باشد، <math>\tan 2\alpha</math> را به دست آورید.</p>  | ۲    |



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

صفحه ۲ از ۲

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۹    | حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  | ۲    |
|      | الف) $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{[x] + 5}{x^2 - 16}$                  |      |
|      | ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x + 1}{-x^2 - 3x}$                       |      |
|      | ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^+} \frac{\sin 2x}{\sin x + \cos x}$ |      |
|      | د) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-x^2 + x + 2}{x^3 + 2x^2 + x}$         |      |
| ۱۰   | همهٔ مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ x  - 5}{ x + 3  - 4x}$ را به دست آورید.   | ۲    |
| ۱۱   | حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  | ۱/۵  |
|      | الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 + 100x^2 - 1$                       |      |
|      | ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4 + 5x^3 - 1}{x^2 - 7x}$         |      |
|      | ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)(x+2)(x+3) - x^3}{x^2 - 4x}$     |      |
| ۱۲   | مجانب‌های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 + 3x}$ را تعیین کنید. | ۱    |
| ۱۳   | نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x -  x }$ را در مجاورت مجانب قائم آن رسم کنید.  | ۰/۵  |
|      | جمع بارم   | ۲۰   |



باسمه تعالی

## پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۱    | درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.<br>(الف) برای رسم نمودار تابع $y = f(2x - 1)$ ، باید نمودار تابع $y = f(2x)$ را رسم کرده و آن را یک واحد در جهت محور $x$ ها به سمت راست انتقال می‌دهیم.<br>(ب) تابع $f(x) = \tan x$ در دامنه خود، اکیداً صعودی است.<br>(ج) دوره تناوب تابع $f(x) = 2 \sin(\pi x - \frac{\pi}{4}) + 1$ برابر است با $T = 2$ .<br>(د) تابع $f(x) = \frac{x\sqrt{x-1}}{x^2 + x}$ ، مجانب قائم ندارد. | ۲    |
| ۲    | جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.<br>(الف) اگر $0 < k < 1$ باشد، نمودار $y = kf(kx)$ از ..... نمودار $y = f(x)$ در راستای محور $x$ ها و ..... آن در راستای محور $y$ ها به دست می‌آید.<br>(ب) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[1, 4]$ باشد، دامنه تابع $y = f(3 - x)$ برابر است با .....<br>(ج) دامنه تابع $y = \tan x$ عبارت است از $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \dots\dots\dots\}$ .                             | ۲    |
| ۳    | نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^3 + 2 & x < 0 \\ x + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ -x - 4 & x > 1 \end{cases}$ را رسم کرده و به سؤالات پاسخ دهید.<br>(الف) در چه فاصله یا فاصله‌هایی تابع اکیداً صعودی است؟<br>(ب) آیا $f(x)$ روی دامنه‌اش یکنوا است؟  | ۱/۵  |
| ۴    | ابتدا نمودار $f(x) = \sqrt{-2x + 1} + 3$ را رسم کنید و سپس با توجه به آن، نمودار $y = 2f(x - 1) - 1$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را معلوم کنید.   | ۲    |
| ۵    | اگر باقی‌مانده چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + x - 2$ بر $x + a$ برابر $-3$ باشد، باقی‌مانده آن بر $x - a$ کدام است؟  | ۱/۵  |
| ۶    | فرض کنید $f(x) = 4 \sin(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{4}) + 3$ باشد. ماکزیمم و مینیمم این تابع و دوره تناوب تابع $y =  f(x) $ را به دست آورید.   | ۱    |
| ۷    | جواب‌های معادله $\sin x (2 \sin x - 3) = -1$ را به دست آورید.  | ۲    |



باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

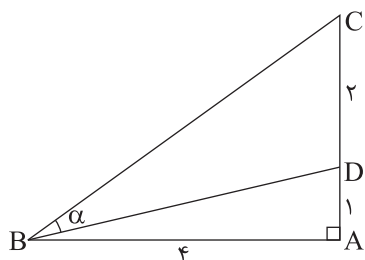
تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

صفحه ۲ از ۲

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۸    | در شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ را حساب کنید.   | ۱/۵  |
| ۹    | حاصل حدهای زیر را به دست آورید.   | ۳    |
| ۱۰   | نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+ x }$ را در مجاورت مجانب قائم آن رسم کنید.   | ۱    |
| ۱۱   | اگر رفتار تابع $y = -\frac{x+1}{x^2+bx+c}$ در اطراف نقطه $x = -2$ به صورت زیر باشد، مقادیر $b$ و $c$ را به دست آورید. | ۱/۵  |
| ۱۲   | محل برخورد مجانب افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{2x^2+x-1}{1-x^2}$ را به دست آورید.                                    | ۱    |
|      | جمع بarm  | ۲۰   |

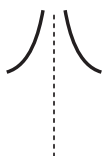


الف)  $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{25 - [x^2]}{|x+5|}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{10 - 3x - x^2}{x^2 - 4x + 4}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x^2 + x - 1)$

د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{2x + 3}$





باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

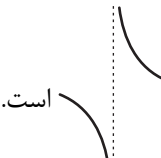
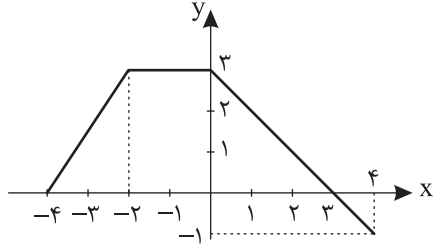
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۱)

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر <math>f</math> و <math>g</math> در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، تابع <math>f - g</math> نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ب) در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی مقادیر <math>\sin \alpha</math> از مقادیر <math>\tan \alpha</math> کمتر است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ج) اگر دامنه تابع <math>y = f(x)</math> بازه <math>(a, b)</math> باشد، دامنه تابع <math>y = f(kx)</math> با شرط <math>k &lt; 0</math> برابر است با <math>(\frac{b}{k}, \frac{a}{k})</math>. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(د) شکل تابع <math>f(x) = \frac{1}{x -  x }</math> اطراف مجانب قائمش به صورت  است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> | ۱    |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) نقطه <math>A(-2, 5)</math> بر روی تابع <math>y = f(x)</math> قرار دارد. تبدیل یافته نقطه <math>A</math> در تابع <math>g(x) = 2f(\frac{1}{3}x) - 3</math> نقطه ..... است.</p> <p>(ب) اگر <math>\frac{\pi}{4} &lt; \alpha \leq \pi</math> و <math>\tan \alpha = 4 - 2m</math>، حدود <math>m</math> به صورت ..... است.</p> <p>(ج) دامنه تابع <math>f(x) = \tan(\frac{x}{3})</math> به صورت ..... است.</p> <p>(د) اگر <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^3 - 4x}{2x^3 - 9} = -3</math>، آنگاه مقدار <math>m</math> برابر ..... است.</p>   | ۲    |
| ۳    | <p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>y = -f(2x - 1)</math> را رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>    | ۱/۵  |
| ۴    | <p>دامنه و برد تابع <math>y = f(x)</math> به صورت <math>D_f = [-4, 3]</math> و <math>R_f = (2, 8]</math> است. دامنه و برد تابع <math>g(x) = 2f(x + 3) - 6</math> را بیابید.</p>   | ۱/۵  |
| ۵    | <p>(الف) فرض کنید تابع <math>f</math> در یک بازه اکیداً نزولی باشد و <math>a</math> و <math>b</math> متعلق به این بازه باشند، اگر <math>f(a) \leq f(b)</math> نشان دهید که <math>a \geq b</math>.</p> <p>(ب) اگر <math>\frac{1}{443} \leq \frac{1}{3}^{4x-2}</math>، حدود <math>x</math> را به دست آورید.</p>   | ۱/۵  |
| ۶    | <p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری پیدا کنید که چند جمله‌ای <math>ax^3 + 3x + b</math> بر <math>2x^4 - 1</math> بخش پذیر باشد.</p>   | ۱/۵  |



مرکز پژوهش‌های آموزشی

باسمه تعالی

# پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۱)

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۷    | دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x) = \sqrt{3} - 2\sin(\frac{\pi x}{3})$ را بنویسید.   | ۰/۷۵ |
| ۸    | در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ رسم شده است. مقادیر $a$ و $b$ و $c$ را محاسبه کنید و ضابطه آن را بنویسید.  | ۱/۵  |
| ۹    | جواب‌های کلی معادله مثلثاتی $2\sin^2 x + \cos 3x = 1$ را به دست آورید.   | ۱/۵  |
| ۱۰   | اگر $\cot \alpha = -\frac{1}{3}$ و $\tan(\beta - \alpha) = 3$ ، آنگاه مقدار $\tan \beta$ را بیابید.  | ۱    |
| ۱۱   | حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.  | ۱/۷۵ |
|      | الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x-2]}{\cos x}$   |      |
|      | ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{2x^3 + x - 1}{3x^3 + x^2 + 1} - \frac{3}{x})$  |      |
|      | ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + x^2 + \sqrt{x})$   |      |
| ۱۲   | نمودار تابع $f$ را به گونه‌ای رسم کنید که همه شرایط زیر را دارا باشد:<br>الف) $f(1) = f(-2) = 0$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$<br>ج) خط $y = -1$ مجانب افقی آن باشد. | ۱    |
| ۱۳   | همه مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ x-3 +5x-1}{ 2x-3 -7}$ را پیدا کنید.  | ۲    |
| ۱۴   | نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + ax + b}$ در همسایگی مجانب قائم خود به صورت زیر است. مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.   | ۱/۵  |
|      | $x=1$<br>  |      |
|      | جمع بارم   | ۲۰   |



باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

صفحه ۱ از ۲

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A(x_0, y_0)</math> نقطه‌ای از نمودار تابع <math>f</math> باشد، <math>A'(2x_0 + 1, y_0)</math> نقطه متناظر آن روی نمودار تابع <math>g(x) = f(2x + 1)</math> است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) تابع <math>f(x) = x^2(1 - x^2)^3</math>، یک تابع چندجمله‌ای درجه ۸ است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) دوره تناوب تابع <math>y = \tan x</math> برابر با <math>2\pi</math> است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>د) اگر صورت و مخرج کسری چندجمله‌ای باشند و درجه صورت از مخرج بیشتر باشد، حد کسر در بی‌نهایت برابر با صفر می‌شود.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> | ۲    |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر یک تابع در بازه‌ای هم صعودی و هم نزولی باشد، تابع ..... است.</p> <p>ب) باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای <math>x^3 + x - 2</math> بر <math>2x + 1</math> برابر با ..... است.</p> <p>ج) دوره تناوب تابع <math>y = 8 \cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right)</math> برابر با ..... است.</p> <p>د) محدوده تغییرات تابع تانژانت در ربع چهارم، بازه ..... می‌باشد.</p>  | ۲    |
| ۳    | <p>اگر نمودار <math>y = f(x) + 1</math> به صورت</p> <p>باشد، ابتدا به کمک قوانین انتقال تابع <math>y = f(x)</math> را رسم کرده و سپس از روی آن نمودار <math>y = -f(2x - 3)</math> را رسم کنید.</p>  | ۱/۵  |
| ۴    | <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases}  x - 1  + 2 &amp; x \geq 0 \\ -2x^3 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> را رسم کنید و مشخص کنید در چه فاصله‌هایی این تابع صعودی و در چه فاصله‌هایی نزولی است؟</p>   | ۱/۵  |
| ۵    | <p>الف) اگر باقیمانده چند جمله‌ای <math>mx^3 + 2mx - 6</math> بر <math>x - 1</math> برابر ۶ باشد، باقیمانده آن بر <math>x + 2</math> را پیدا کنید.</p> <p>ب) کسر <math>\frac{x^6 - 64}{x + 2}</math> را ساده کنید. <math>(x \neq -2)</math></p>   | ۲    |
| ۶    | <p>الف) اگر بیشترین مقدار تابع <math>y = -\frac{7}{5} + \frac{2}{5} \sin 2x</math> را با <math>K</math> و کمترین مقدار تابع <math>y = \frac{7}{3} \cos 5x - \frac{2}{3}</math> را با <math>L</math> نشان دهیم، <math>K - L</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) تابع <math>y = \tan 2x</math> روی بازه <math>(a, b)</math> اکیداً صعودی است. بیشترین مقدار <math>b - a</math> چقدر است؟</p>  | ۲    |





باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۷    | شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ می باشد. مقادیر $a$ و $b$ و $c$ را به دست آورید.<br>  | ۱/۵  |
| ۸    | معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.<br>$\cos 2x = \cos x - 1$  | ۱    |
| ۹    | حاصل حدهای زیر را به دست آورید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{2 - x}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x +  x - 1 }{5x + 6}$   | ۲    |
| ۱۰   | مجانب های افقی و قائم نمودار تابع $f(x) = \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2}$ را بیابید.  | ۲    |
| ۱۱   | برای تابع $f$ که نمودار آن به صورت زیر داده شده است، موارد زیر را به دست آورید.<br><br>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$<br>ج) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) =$<br>د) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) =$<br>ه) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$<br>و) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ | ۱/۵  |
| ۱۲   | اگر خط $y = 3$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 - 9b}{(x - a)^2}$ باشد و نمودار تابع اطراف مجانب قائم خود به صورت  باشد، حدود $b$ را به دست آورید.  | ۱    |
|      | جمع بارم  | ۲۰   |



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

صفحه ۱ از ۲

| ردیف | سؤال  | بارم  |
|------|---|---|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع <math>f(x) = \sqrt{2-x}</math> در دامنه اش اکیداً یکنوا است.</p> <p>(ب) برد تابع <math>y = \tan x</math> برابر با مجموعه اعداد حقیقی است.</p> <p>(ج) دوره تناوب تابع <math>f(x) = \pi \cos(\frac{\pi x}{4}) - 4</math> برابر <math>\frac{\pi}{4}</math> است.</p> <p>(د) خط <math>y = 2</math> مجانب افقی تابع <math>f(x) = \frac{6x^2 - x}{3x + 4}</math> است.</p>  | <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر نقطه <math>A(x_0, y_0)</math> روی نمودار تابع <math>y = f(x)</math> باشد، نقطه <math>B(\frac{x_0}{k}, y_0)</math> متناظر با <math>A</math> روی تابع <math>y = \dots\dots\dots</math> است.</p> <p>(ب) بازه تغییرات تابع <math>y = \tan x</math> در ناحیه دوم دایره مثلثاتی برابر است با <math>\dots\dots\dots</math>.</p> <p>(ج) اگر <math>\tan \alpha = 2</math> و <math>\tan \beta = -3</math>، مقدار <math>\tan(\alpha + \beta)</math> برابر است با <math>\dots\dots\dots</math>.</p> <p>(د) تابع <math>f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}</math> دارای <math>\dots\dots\dots</math> مجانب قائم است.</p> |   |
| ۳    | <p>اگر نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر باشد، نمودار تابع <math>y = 2f(\frac{x}{4} - 1)</math> را رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>  | ۱/۵   |
| ۴    | <p>نمودار تابع <math>y = x^3 + 3x^2 + 3x - 1</math> را به کمک انتقال نمودار تابع <math>y = x^3</math> رسم کنید و اکیداً صعودی و یا اکیداً نزولی بودن آن را معین کنید.</p>   | ۱/۲۵  |
| ۵    | <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x &amp; x &lt; 0 \\ x + 1 &amp; x \geq 0 \end{cases}</math> را رسم کنید. در چه فاصله‌هایی این تابع صعودی و در چه فاصله‌هایی نزولی است؟</p>   | ۱/۵   |
| ۶    | <p>(الف) مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای <math>x^3 + ax^2 + bx + 1</math> بر <math>x - 2</math> و <math>x + 1</math> بخش پذیر باشد.</p> <p>(ب) <math>x^6 - 1</math> را با عامل <math>x + 1</math> تجزیه کنید.</p>  | ۲   |
| ۷    | <p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع <math>y = -\pi \cos(\frac{x}{3}) - 3\pi</math> را بیابید.</p>  | ۱/۲۵  |



مرکز نخبش آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

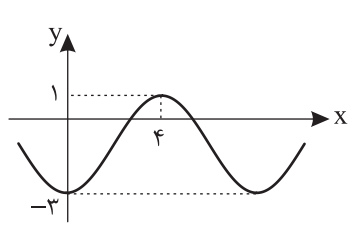
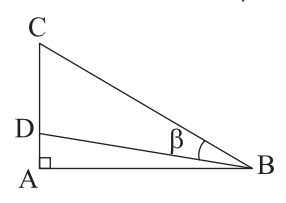
کلاس:

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۸    | ضابطه تابع مثلثاتی که نمودار آن به صورت زیر است را بیابید.   | ۱    |
|      |   |      |
| ۹    | معادله $\cos 2x + 3 \sin x = 2$ را حل کنید.  | ۱/۲۵ |
| ۱۰   | در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ (شکل زیر) داریم: $AD = ۰/۵$ ، $CD = ۲/۵$ و $AB = x$ ثابت کنید: $\tan \beta = \frac{۲/۵x}{x^2 + ۱/۵}$  | ۱    |
|      |    |      |
| ۱۱   | نمودار تابعی را رسم کنید که در آن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ باشد.   | ۰/۵  |
| ۱۲   | حاصل حدود زیر را در صورت وجود به دست آورید.  | ۲    |
|      | الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} =$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4} =$<br>ج) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 3x^3 - 1}{1 - 2x + 6x^3} =$<br>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 - 3x^4) =$ |      |
| ۱۳   | اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2ax + [x]}{1 - x^2} = -\infty$ باشد، حدود a را پیدا کنید.  | ۱    |
| ۱۴   | مجاانب‌های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - x - 2}$ را تعیین کنید.   | ۱/۵  |
| ۱۵   | نمودار تابع $f(x) = \frac{x-2}{x- x }$ در مجاورت مجانب قائم خود چگونه است؟   | ۱/۲۵ |
|      | جمع بarm   | ۲۰   |



باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

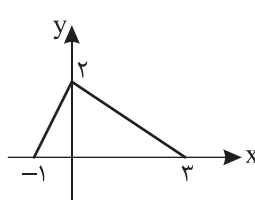
مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

صفحه ۱ از ۲

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۱    | <p>درستی و نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) برای رسم نمودار تابع <math>y = f(2x - 1)</math> از روی نمودار <math>f(x)</math>، ابتدا نمودار تابع <math>y = f(2x)</math> را رسم کرده، سپس آن را یک واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم.</p> <p>(ب) نمودار تابع <math>y = x^3 + 3x^2 + 3x</math> از ناحیه اول و سوم دستگاه مختصات می‌گذرد.</p> <p>(ج) تابع <math>y = \tan x</math> با دامنه <math>\left\{\frac{\pi}{4}\right\} - (\pi, 0)</math>، اکیداً صعودی است.</p> <p>(د) تابع <math>f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-1}</math> فقط یک مجانب دارد.</p>   | ۱    |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر دامنه تابع <math>y = f(x)</math> بازه <math>[a, b]</math> باشد، دامنه تابع <math>y = f(kx)</math> برای <math>0 &lt; k</math> عبارت است از .....</p> <p>(ب) اگر طول و عرض نقاط تابع <math>y = f(x)</math> را قرینه کنیم، نقاط تابع ..... به دست می‌آید.</p> <p>(ج) در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی، مقادیر <math>\tan \alpha</math> از <math>\sin \alpha</math> ..... است.</p> <p>(د) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^+} \left[ \frac{x+1}{\tan \pi x} \right]</math> برابر است با ..... ( [ ] نماد جزء صحیح است).</p> | ۱    |
| ۳    | <p>نمودار تابع <math>y = f(x+2)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>y = f(2x-1) + 3</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را معلوم کنید.</p>    | ۱/۵  |
| ۴    | <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x \geq -1 \\ 2x + 3 &amp; x &lt; -1 \end{cases}</math> را رسم کنید و مشخص کنید تابع در کدام فاصله‌ها اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی است؟</p>  | ۱/۵  |
| ۵    | <p>دامنه تابع <math>f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}}</math> را تعیین کنید.</p>   | ۱    |
| ۶    | <p>(الف) اگر چندجمله‌ای <math>p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5</math> بر <math>2x^2 - 3x + 1</math> بخش پذیر باشد، مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را پیدا کنید.</p> <p>(ب) عبارت <math>x^5 + 32</math> را با عامل <math>x + 2</math> تجزیه کنید.</p>  | ۲    |
| ۷    | <p>اگر <math>T</math> دوره تناوب تابع <math>y = -2 - \cos \frac{2\pi}{3}x</math> باشد، نمودار تابع را در بازه <math>[0, T]</math> رسم کنید.</p>   | ۱    |



باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

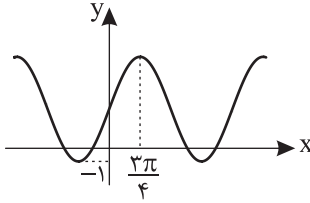
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان (سری ۲)

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۸    | نمودار تابع $y = a + 2b \sin \frac{b}{3}x$ شکل زیر است. با فرض $b > 0$ مقادیر $a$ و $b$ را معلوم کنید.   | ۱/۵  |
|      |   |      |
| ۹    | اگر $\tan \alpha = 2$ مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} - 2\alpha)$ چه عددی است؟   | ۱    |
| ۱۰   | هر یک از معادلات زیر را حل کنید.   | ۲    |
|      | الف) $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos x = 0$<br>ب) $\tan(\frac{\pi}{3} - x) \tan 2x = 1$   |      |
| ۱۱   | حاصل حدهای زیر را به دست آورید.  | ۲    |
|      | الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{[x] + 1}{x - 1}$<br>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x^2+3}{x^2+3x})$<br>ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{2x + \sqrt{x^2+2x}}$<br>د) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x  + \sin^2 x}{x^2}$ |      |
| ۱۲   | حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x^n + 2x - 1}$ را به ازای مقادیر مختلف عدد طبیعی $n$ به دست آورید.  | ۱    |
| ۱۳   | اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{ax^2 + bx}{2x-1} - 3x) = 4$ مقدار $a - b$ را بیابید.  | ۱    |
| ۱۴   | نمودار تابع $f$ را چنان رسم کنید که تمام شرایط زیر را همزمان داشته باشد.<br>(۱) $y = 1$ و $y = -2$ مجانب افقی آن باشد.<br>(۲) $x = -2$ مجانب قائم آن باشد.<br>(۳) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$  | ۱    |
| ۱۵   | خطوط مجانب تابع $y = \frac{2x + \sqrt{x-1}}{ x+1  - 3}$ را مشخص کنید.  | ۱/۵  |
|      | جمع بارجم  | ۲۰   |



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرس:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

صفحه ۱ از ۲

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) نقطه <math>A(2, 3)</math> واقع بر <math>y = f(x)</math> با نقطه <math>A'(4, 3)</math> واقع بر <math>y = f(2x)</math> متناظر است.</p> <p>(ب) چندجمله‌ای <math>x + 1</math> یک عامل <math>x^6 - 1</math> است.</p> <p>(ج) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2 - 1)</math> برابر <math>-\infty</math> است.</p> <p>(د) تابع <math>y = \frac{x^2 + x}{x^2}</math> مجانب قائم ندارد.</p> | ۱    |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) مجموعه جواب نامعادله <math>\log(x+1) \leq \log(2x-3)</math> به صورت بازه ..... است.</p> <p>(ب) اگر چندجمله‌ای <math>x^2 + ax - 8</math> بر <math>x - a</math> بخش پذیر باشد، آنگاه <math>a</math> برابر ..... است.</p> <p>(ج) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^2 x}{x^2}</math> برابر ..... است.</p> <p>(د) خط ..... مجانب افقی تابع <math>y = \frac{x+1}{x^2-1}</math> است.</p> | ۱    |
| ۳    | <p>نمودار تابع <math>g(x) = f(x-1)</math> به صورت زیر است. نمودار تابع <math>y = -f(2x)</math> را رسم کرده، دامنه و برد آن را به دست آورید و سپس تعیین کنید که در کدام بازه هم صعودی است و هم نزولی؟</p>  | ۱/۵  |
| ۴    | <p>تابع <math>y = f(x)</math> مفروض است. اگر طول نقاط تابع <math>f</math> را در ۲ ضرب کنیم و نمودار حاصل را ۳ واحد در جهت افقی به سمت راست انتقال دهیم و در نهایت عرض نقاط به دست آمده را ۴ برابر کنیم و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم. ضابطه تابع به دست آمده را به دست آورید.</p>   | ۱    |
| ۵    | <p>(الف) به کمک نمودار <math>y = x^3</math> و وارون آن، نمودار توابع <math>y = (x-1)^3</math> و <math>y = -\sqrt[3]{x-1}</math> را رسم کنید.</p> <p>(ب) نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 &amp; x \leq 1 \\ -\sqrt[3]{x-1} &amp; x &gt; 1 \end{cases}</math> را رسم کنید و تعیین کنید که در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است؟</p>  | ۲    |
| ۶    | <p>اگر چندجمله‌ای <math>f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + 4</math> بر <math>x - 2</math> بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم <math>f(2x - 3)</math> را بر <math>x - a</math> به دست آورید.</p>  | ۱/۵  |
| ۷    | <p>(الف) مقدار <math>a</math> را به گونه‌ای تعیین کنید که در تابع <math>f(x) = 2 - a \sin(\frac{\pi}{a}x)</math> مقدار ماکزیمم از مقدار مینیمم آن، ۶ واحد بیشتر باشد.</p> <p>(ب) دوره تناوب تابع <math>f</math> را به دست آورید.</p>  | ۱/۵  |



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: حسابان

صفحه ۲ از ۲

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۲    | <p>قسمتی از نمودار تابع <math>f(x) = a \cos bx + c</math> به صورت زیر است. مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورده و سپس ضابطه <math>f(x)</math> را بنویسید.</p>  | ۸    |
| ۱/۵  | معادله مثلثاتی $\sin x(2 \sin x - 9) = 5$ را حل کنید و جواب‌های آن را در بازه $(0, 2\pi)$ به دست آورید.  | ۹    |
| ۱    | <p>در شکل زیر، مقدار <math>\tan \alpha</math> را محاسبه کنید.</p>  | ۱۰   |
| ۱/۵  | <p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{\sin x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x^2 - 4}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{4x^3 - 2x + 1}</math></p> | ۱۱   |
| ۲    | <p>مقدار <math>a</math> را به گونه‌ای بیابید که <math>x = -1</math> تنها مجانب قائم تابع <math>f(x) = \frac{x^2 + ax + 3}{(x+1)(x-3)}</math> باشد. سپس نمودار تابع <math>f</math> را در نزدیکی مجانب قائم آن رسم کنید.</p>   | ۱۲   |
| ۰/۷۵ | نقطه برخورد مجانب‌های تابع $y = \frac{3x-1}{x-2}$ را به دست آورید.   | ۱۳   |
| ۱/۲۵ | مقادیر $b$ و $c$ را به گونه‌ای بیابید که $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{2x^2 + bx + c} = +\infty$ باشد.  | ۱۴   |
| ۰/۵  | حد چپ و حد راست تابع $y = \tan x$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ به دست آورید.   | ۱۵   |
| ۲۰   | جمع بارم   |      |



دفترچه پاسخنامه

# حسابان پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول





## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

ج) نادرست

ب) درست

الف) نادرست

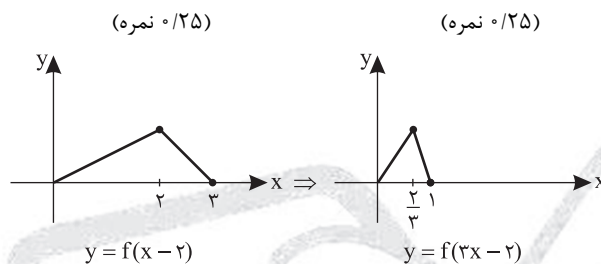
ه) نادرست

د) درست

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۲، ۲۷، ۳۴ و ۳۷)

## پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

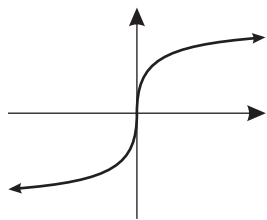
برای رسم نمودار تابع  $y = f(3x - 2)$ ، ابتدا نمودار  $y = f(x - 2)$  را با انتقال افقی به سمت راست نمودار  $f$  به اندازه ۲ واحد رسم می‌کنیم. (نمره ۵/۰) سپس با تبدیل  $x \rightarrow 3x$ ، دامنه تابع،  $\frac{1}{3}$  برابر می‌شود. (نمره ۵/۰)



(حسابان دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۱۲)

## پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

تذکر: تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ، تابع وارون  $y = x^3$  می‌باشد، یعنی نمودار آن، قرینه نمودار  $y = x^3$  نسبت به خط  $y = x$  می‌باشد.

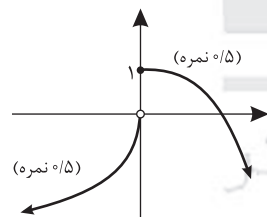


(حسابان دوازدهم، فعالیت ۳، صفحه ۱۴)

با توجه به مطلب بالا، نمودار  $f$  را رسم می‌کنیم. تابع  $f$  در بازه  $(-\infty, 0)$  اکیداً صعودی و در بازه  $[0, +\infty)$  اکیداً نزولی است.

(نمره ۵/۰)

(نمره ۵/۰)



(حسابان دوازدهم، مشابه تمرین ۲، صفحه ۱۸)

## پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$D_y: f(2x - 1) \geq f(x + 1) \Rightarrow 2x - 1 \leq x + 1 \Rightarrow x \leq 2 \xrightarrow{D_f = \mathbb{R}} x \leq 2 = (-\infty, 2]$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۱۸)

## پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

$$\begin{cases} f(1) = 0 \Rightarrow -a + b + 3 = 0 \Rightarrow -a + b = -3 & \text{(نمره ۵/۰)} \\ f(-1) = -3 \Rightarrow -1 - a - b + 3 = -3 \Rightarrow -a - b = -5 & \text{(نمره ۵/۰)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a = -9 \Rightarrow a = \frac{9}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{(۱ نمره)}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۹)



## پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$f(x) = a \sin bx + c$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow |b| = 10 \Rightarrow b = \pm 10 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\begin{cases} \max = |a| + c = -5 \\ \min = -|a| + c = -11 \end{cases} \Rightarrow 2c = -16 \Rightarrow c = -8 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

یا جواب‌های دیگری که می‌توان نوشت:  $y = 3 \sin 10x - 8$  (نمره ۰/۲۵)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

## پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 = 0 \Rightarrow (\cos x + 3)(2 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -3 \text{ جواب ندارد} \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \quad (\text{نمره } 0.5) \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۰)

## پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

الف)  $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 2\alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} \tan 2\alpha > 1 \\ \tan 2\alpha < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m-1 > 1 \Rightarrow m > 1 \\ 2m-1 < -1 \Rightarrow m < 0 \end{cases} \Rightarrow m > 1 \cup m < 0$

ب)  $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \xrightarrow{\tan \alpha = \frac{1}{3}} \tan 2\alpha = \frac{2}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{4}$  (نمره ۰/۵)

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ و ۴۴)

## پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-5 + 5}{x^2 - 16} = \frac{0}{0^+} = 0$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x+1}{-x(x+3)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

ج)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\sqrt{2}}{2})^+} \frac{\sin 2x}{\sin x + \cos x} = \frac{-1}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^- - (\frac{\sqrt{2}}{2})^+} = +\infty$

د)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(x+1)(x-2)}{x(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(x-2)}{x(x+1)} = \frac{3}{0^+} = +\infty$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$|x+3| - 4x = 0 \Rightarrow |x+3| = 4x \xrightarrow{x \geq 0} \begin{cases} x+3 = 4x \Rightarrow x = 1 \quad (\text{نمره } 0.5) \\ x+3 = -4x \Rightarrow x = -\frac{3}{5} < 0 \quad (\text{نمره } 0.5) \end{cases}$$

پس فقط یک مجانب قائم  $x = 1$  داریم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{x+3-4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{-3x} = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-5}{-x-3-4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-5x} = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۸ و ۶۹)



## پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 3x^2 = +\infty$

ج)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 6x^2 + 11x + 6 - x^2}{x^2 - 4x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{x^2} = 6$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

ابتدا تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = \frac{x(x-4)}{x(x+3)} = \frac{x-4}{x+3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

به این ترتیب خط  $x = 0$  نمی تواند مجانب قائم تابع باشد.

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-7}{0^+} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x-4}{x+3} = \frac{-7}{0^-} = +\infty \Rightarrow x = -3 \quad \text{مجانب قائم} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4}{x+3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y=1 \quad \text{مجانب افقی} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

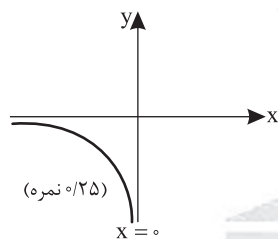
(حسابان دوازدهم، تمرین ۴، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۵/۵ نمره)

ابتدا دامنه تابع را تعیین می کنیم:

$$x - |x| = 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow x \geq 0$$

تابع  $f$  در اعداد نامنفی تعریف نمی شود:



$$D_f = (-\infty, 0)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{x-|x|} = \frac{1}{x+x} = \frac{1}{2x} \Rightarrow x=0 \quad \text{مجانب قائم} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x-|x|} = \frac{1}{0^+} \quad \text{تعریف نشده: مطلق}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x-|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

(حسابان دوازدهم، تمرین ۶، صفحه ۵۸)



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) نادرست، ابتدا نمودار  $y = f(x-1)$  را رسم کرده، سپس دامنه را نصف می‌کنیم.

(حسابان دوازدهم، مثال صفحه ۱۰)

ب) نادرست، این تابع روی دامنه‌اش غیریکنواست. (به دلیل تعریف شده بودن تابع در  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ )

(حسابان دوازدهم، کار در کلاس صفحه ۳۲)

ج) درست

$$T = \frac{7\pi}{\pi} = 7$$

(حسابان دوازدهم، مشابه تمرین صفحه ۳۳)

د) درست، ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x-1}}{x(x+1)} \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

 $x = -1$  مجانب قائم نیست، چون عبارت زیر رادیکال صورت را منفی می‌کند، پس تابع  $f$  مجانب قائم ندارد.

(حسابان دوازدهم، مشابه مثال حل شده صفحه ۵۶)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) انقباض - انقباض

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۹)

ب)  $[-1, 2]$ 

$$f(x) \xrightarrow{\text{سه واحد به چپ}} f(x+3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} f(-x+3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} f(-x-3)$$

$$[1, 4] \rightarrow [-2, 1] \rightarrow [-1, 2]$$

(حسابان دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۱۲)

ج)

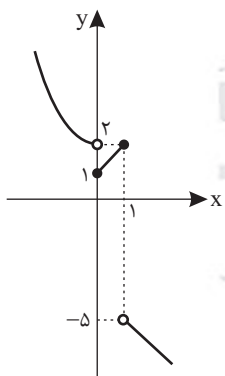
$$x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۲)

## پاسخ سؤال ۳: (۵/۱ نمره)

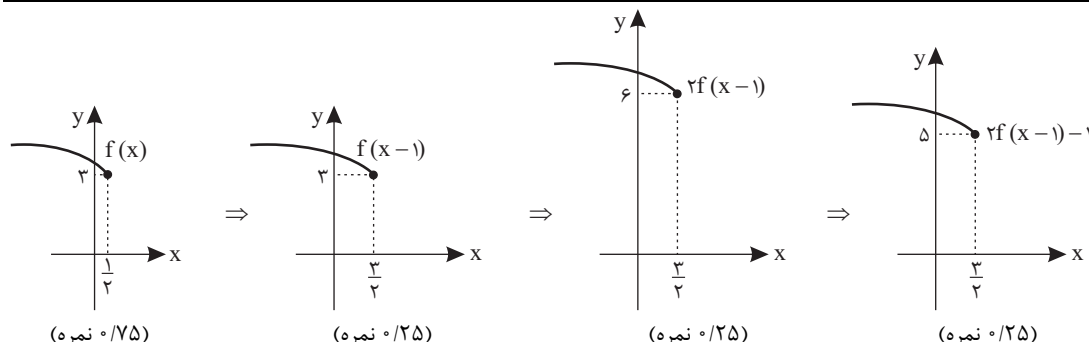
الف) روی  $[0, 1]$  اکیداً صعودی است.

ب) خیر، زیرا در فاصله‌هایی نزولی و در فاصله‌هایی دیگر صعودی است.



(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

## پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

دامنه  $(-\infty, \frac{3}{4}]$  (نمره ۲/۲۵)برد  $[5, +\infty)$  (نمره ۲/۲۵)

(نمره ۲/۲۵)

(نمره ۲/۲۵)

(نمره ۲/۲۵)

(نمره ۲/۲۵)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴)



## پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = x^3 + ax^2 + x - 2$$

$$-3 \Rightarrow f(-a) = (-a)^3 + a(-a)^2 - a - 2 = -3$$

$$\Rightarrow -a^3 + a^3 - a - 2 = -3 \Rightarrow a = 1$$

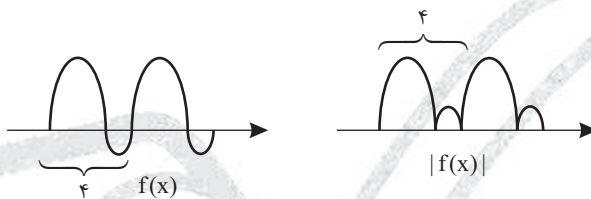
$$x - a \Rightarrow f(a) = a^3 + a(a^2) + a - 2 = 2a^3 + a - 2 \xrightarrow{a=1} f(1) = 1$$

(حسابان دوازدهم، مشابه کار در کلاس ۲، صفحه ۱۹)

## پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$T_{f(x)} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |4| + 3 = 7 \\ y_{\min} = -|4| + 3 = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{با توجه به اینکه } |y_{\min}| \neq |y_{\max}|} T_{|f(x)|} = T_{f(x)} = 4$$



(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

## پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow (2\sin x - 1)(\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (نمره ۱)} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \text{ (نمره ۱)} \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۵)

## پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\alpha = C\hat{B}A - D\hat{B}A \Rightarrow \tan \alpha = \tan(C\hat{B}A - D\hat{B}A) \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\tan C\hat{B}A - \tan D\hat{B}A}{1 + \tan C\hat{B}A \cdot \tan D\hat{B}A} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{13}{16}} = \frac{2}{13} = \frac{\alpha}{19} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\alpha}{19} \text{ (نمره ۰/۷۵)}$$

(حسابان دوازدهم، برگرفته از مثال حل شده کتاب، صفحه ۴۳)

## پاسخ سؤال ۹: (۳ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{25 - [x]^2}{|x + 5|} = \frac{25 - 25}{|-} = \frac{0}{0^+} = 0 \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(حسابان دوازدهم، مشابه کار در کلاس، صفحه ۵۳)

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1 - 3x - x^2}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+5)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+5)}{x-2} = \frac{-7}{0^-} = +\infty \text{ (نمره ۱)}$$

(حسابان دوازدهم، مشابه مثال حل شده، صفحه ۵۳)

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x^2 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3) = -2(+\infty)^3 = -\infty \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(حسابان دوازدهم، مشابه مثال حل شده، صفحه ۶۵)


$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x} = -\frac{1}{2} \text{ (نمره ۱)}$$


(حسابان دوازدهم، مشابه تمرین ۳، صفحه ۶۶)



**پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)**

$$x + |x| = 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow x \leq 0.$$

$D_f = x > 0$ :  (۵/۰ نمبره)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x + x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$


(نمبره ٥/٥)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۱)

**یاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)**

$x = -2$  ریشه مضاعف مخرج است. (۵/۰ نمره)

(۵/۰ نمبر)

$$x^2 + bx + c = (x + r)^2 = x^2 + rx + r \Rightarrow b = r, c = r \quad (۵/۰ نمبر)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۱)

**یاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)**

$$f(x) = \frac{(x+1)(2x-1)}{-(x-1)(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ مجانب قائم (نمره } \circ/۲۵) \\ y = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{-x} = -2 \text{ مجانب افقی (نمره } \circ/۲۵) \end{cases}$$

(۲۵/۰ نمره)  $(-۲, ۱)$  : محل تلاقی

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۷)



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست، اکیداً صعودی بدون  $f - g$  معلوم نیست.ب) نادرست، مقدار  $\tan \alpha$  منفی تر است پس  $\tan \alpha < \sin \alpha$ .ج) درست، دامنه باید  $\frac{1}{k}$  برابر شود و چون  $k < 0$ :  $(\frac{b}{k}, \frac{a}{k}) \rightarrow (\frac{a}{k}, \frac{b}{k})$ د) نادرست،  $f(x) = \frac{1}{x-|x|} = \frac{1}{2x}$ ,  $x < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ این تابع در  $x > 0$  تعریف نمی شود. شکل f اطراف  $x = 0$ :

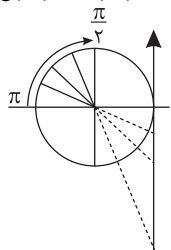
(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۰، ۲۲، ۳۴، و ۵۸)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف)  $A'(-6, 7)$  (۵/۰ نمره)

$$f(-2) = 5, g(x) = 2f(\frac{1}{2}x) - 3 \Rightarrow \frac{1}{2}x = -2 \Rightarrow x = -4$$

$$g(-6) = 2f(-2) - 3 = 2 \times 5 - 3 = 7 \Rightarrow g(-6) = 7$$

ب)  $m \geq 2$  (۵/۰ نمره)طبق دایره مثلثاتی زیر، در  $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$ ، مقدار  $\tan \alpha$  کوچک تر مساوی صفر است.

$$\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi \Rightarrow \tan \alpha \leq 0 \Rightarrow 4 - 2m \leq 0$$

$$\Rightarrow 2m \geq 4 \Rightarrow m \geq 2$$

ج)  $D_f = \mathbb{R} - \{x \mid x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\}$  (۵/۰ نمره)

$$f(x) = \tan(\frac{x}{2}) \Rightarrow \frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq 2k\pi + \pi$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{x \mid x = 2k\pi + \pi\}$$

د)  $m = -6$  (۵/۰ نمره)

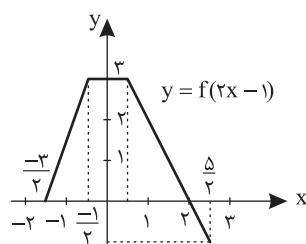
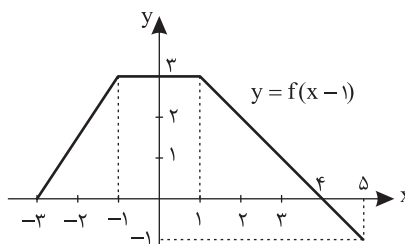
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 - 4x}{2x^2 - 9} = \frac{m}{2} = -3 \Rightarrow m = -6$$

## پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

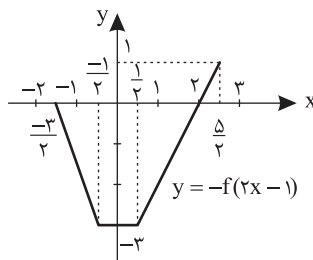
طبق تبدیل های زیر، نمودار  $y = -f(2x-1)$  از روی نمودار  $y = f(x)$  رسم می شود.

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y = f(x-1) \xrightarrow{\text{طول نقاط تقسیم بر ۲}} y = f(2x-1)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور x ها}} y = -f(2x-1)$$



رسم نمودار (۱ نمره)

دامنه  $[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$  (نمره ۲۵/۰)بردار  $[-3, 1]$  (نمره ۲۵/۰)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

## پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

دامنه تابع  $y = f(x)$  به صورت  $D_f = [-4, 3]$  است، یعنی  $-4 \leq x < 3$ ، پس در تابع  $g(x) = 2f(x+3) - 6$  باید  $x+3$  در بازه  $[-4, 3]$  قرار داشته باشد یعنی:

$$-4 \leq x+3 < 3 \Rightarrow -7 \leq x < 0 \Rightarrow D_g = [-7, 0)$$
 (نمره ۲۵/۰)





برد تابع  $y = f(x)$  بازه  $R_f = (2, 8]$  است، یعنی  $2 < f(x) \leq 8$ ، پس در تابع  $g$  داریم:

$$2 < f(x+3) \leq 8 \quad (25 \text{ نمره}) \quad \xrightarrow{x+3} 4 < 2f(x+3) \leq 16 \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\xrightarrow{-6} -2 < 2f(x+3) - 6 \leq 10 \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow -2 < g(x) \leq 10 \Rightarrow R_g = (-2, 10] \quad (25 \text{ نمره})$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰)

### پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

الف) فرض می‌کنیم  $a \geq b$  نباشد، یعنی  $a < b$  (۲۵ نمره) و چون  $f$  اکیداً نزولی است، داریم:

$$a < b \Rightarrow f(a) > f(b) \quad (25 \text{ نمره})$$

نتیجه فوق، خلاف فرض است، زیرا  $f(a) \leq f(b)$  پس باید  $a \geq b$  باشد. (۲۵ نمره)

ب) با توجه به اینکه تابع  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  اکیداً نزولی است، داریم:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-2} \leq \frac{1}{243} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{4x-2} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^5 \Rightarrow 4x-2 \geq 5 \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow 4x \geq 7 \Rightarrow x \geq \frac{7}{4} \quad (5 \text{ نمره})$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۲)

### پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} f(1) = 0 &\Rightarrow 2 - a + 3 + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} -a + b = -5 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 2b = -4 \Rightarrow b = -2, a = 3 \\ f(-1) = 0 &\Rightarrow 2 + a - 3 + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} -a + b = -5 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 2b = -4 \Rightarrow b = -2, a = 3 \end{aligned}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۲)

### پاسخ سؤال ۷: (۷/۵ نمره)

$$f(x) = a \sin bx + c \Rightarrow \begin{cases} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \\ T = \frac{2\pi}{|b|} \quad (25 \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$f(x) = -2 \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) + \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \max = 2 + \sqrt{3} \quad (25 \text{ نمره}) \\ \min = -2 + \sqrt{3} \quad (25 \text{ نمره}) \\ T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{4}|} = 8 \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۳)

### پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} \max = 4 \\ \min = 1 \\ T = \pi \Rightarrow T = 4\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = 1 \\ + 2c = 5 \Rightarrow c = \frac{5}{2} \end{cases} \quad (25 \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \quad (25 \text{ نمره})$$

$$T = 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \quad (25 \text{ نمره})$$

چون تابع بعد از  $x = 0$  نزولی است، نمودار شبیه  $-\sin x$  می‌باشد یعنی  $ab < 0$  اگر  $a = \frac{3}{2}$  آنگاه  $b = -\frac{1}{2}$  و اگر  $a = -\frac{3}{2}$  آنگاه  $b = \frac{1}{2}$ :

$$y = -\frac{3}{2} \sin \frac{x}{2} + \frac{5}{2} \quad \text{یا} \quad y = \frac{3}{2} \sin\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{5}{2} \quad (75 \text{ نمره})$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

### پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$\cos 3x = 1 - 2 \sin^2 x = \cos 2x$$

$$\cos 3x = \cos 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm 2x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 3x = 2k\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۴)





## پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$\cot \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\tan(\beta - \alpha) = 3 \Rightarrow \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \beta + 2}{1 - 2 \tan \beta} = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \Rightarrow \tan \beta + 2 = 3 - 6 \tan \beta$$

$$\Rightarrow 7 \tan \beta = 1 \Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{7} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۷۵ نمره)

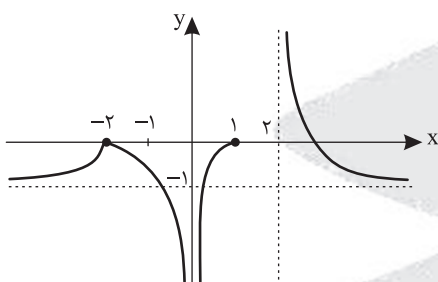
$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x-2]}{\cos x} = \frac{[\frac{\pi}{2}-2]}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^3 + x - 1}{3x^3 + x^2 + 1} - \frac{2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x^3}{3x^3} - 0 \right) = \frac{2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۷۵)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + x^2 + \sqrt{x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3) = -\infty \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

نمودار تابع f می تواند به صورت زیر باشد:



توجه کنید که می توان بی شمار نمودار با شرایط گفته شده رسم کرد.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

مجاانب های قائم ریشه های مخرج هستند:

$$|2x - 3| - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x - 3 = 7 \Rightarrow x = -5 \\ 2x - 3 = -7 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 5x}{2x} = 3 \Rightarrow y = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + 5x}{-2x} = -2 \Rightarrow y = -2$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

از آنجا که هم در همسایگی چپ و هم در همسایگی راست مجانب قائم، تابع به  $+\infty$  رفته است، پس  $x = 1$  ریشه مضاعف مخرج است. (نمره ۰/۵) یعنی:

$$x^2 + ax + b = 0 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف ۱ دارد}} \begin{cases} x = 1: 1 + a + b = 0 \\ \Delta_{\text{مخرج}} = 0 \Rightarrow a^2 - 4b = 0 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 1 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د) نادرست

(ج) نادرست

(ب) درست

(الف) نادرست

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۰، ۱۳، ۳۲ و ۴۶)

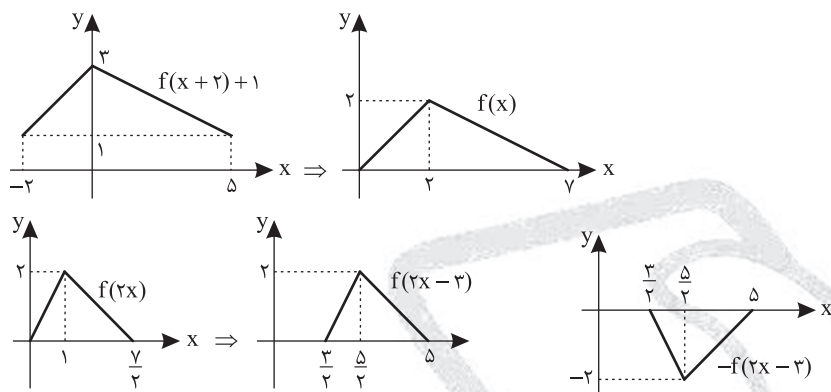
## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د)  $(-\infty, 0)$ (ج)  $6\pi$ (ب)  $-\frac{21}{8}$ 

(الف) ثابت

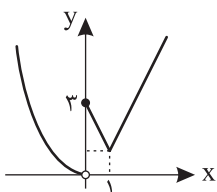
(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۶، ۱۹، ۲۷ و ۳۰)

## پاسخ سؤال ۳: (۵/۱ نمره)



(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

## پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)

 $(-\infty, 0)$ : نزولی (اکیداً نزولی) $[0, 1]$ : نزولی (اکیداً نزولی) $[1, +\infty)$ : صعودی (اکیداً صعودی)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

## پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

$$\text{الف) } x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow m+2m-6=6 \Rightarrow 3m=12 \Rightarrow m=4$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow 4(-2)^3 + 2(4)(-2) - 6 = -54$$

$$\text{ب) } \frac{x^6-64}{x+2} = \frac{(x+2)(x^5-2x^4+4x^3-8x^2+16x-32)}{x+2} = x^5-2x^4+4x^3-8x^2+16x-32$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۲)

## پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

(الف)

$$y = \frac{-y}{\delta} + \frac{y}{\delta} \sin 2x \Rightarrow \max = \frac{y}{\delta} - \frac{y}{\delta} = -1 = K$$

$$y = \frac{y}{3} \cos \Delta x - \frac{y}{3} \Rightarrow \min = -\frac{y}{3} - \frac{y}{3} = -\frac{2y}{3} = L$$

$$\Rightarrow K - L = 2$$

(ب) دوره تناوب تابع برابر  $T = \frac{\pi}{3}$  است. پس بیشترین مقدار  $b-a$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

## پاسخ سؤال ۷: (۵/۱ نمره)

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \text{ (نمره ۵/۰)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = 5 \Rightarrow |a| + c = 5 \text{ (نمره ۵/۰)} \\ \min = 1 \Rightarrow -|a| + c = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow c = 3, |a| = 2$$

با توجه به کیفیت شکل متوجه می‌شویم که  $a = 2$  و  $b = \pm \frac{1}{2}$  می‌باشد. (۵/۰ نمره)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۸)



## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\cos 2x = \cos x - 1 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \cos x - 1 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

## پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)

الف) در  $x \rightarrow 2^-$  حاصل  $[x]$  دقیقاً برابر ۱ است، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{2 - x} = \frac{1 - 3}{2 - 2^-} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (\text{نمره } 0.5)$$

ب) در  $x \rightarrow -\infty$ ، عبارت  $x - 1$  منفی است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |x - 1|}{\Delta x + 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - (x - 1)}{\Delta x + 6} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{\Delta x + 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\Delta x} = \frac{2}{\Delta} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۵۳ و ۶۶)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

حد تابع را در ریشه های مخرج بررسی می کنیم:

$$f(x) = \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2}, 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 + 2x^2}{(1 - x)(1 + x)} = \frac{1 + 2}{(1 - 1^-) \times 2} = \frac{3}{0^+ \times 2} = \frac{3}{0^+} = +\infty \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 + 2x^2}{(1 - x)(1 + x)} = \frac{1 + 2}{(1 - 1^+) \times 2} = \frac{3}{0^- \times 2} = \frac{3}{0^-} = -\infty \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1 + 2x^2}{(1 - x)(1 + x)} = \frac{1 + 2}{2(1 + (-1)^+)} = \frac{3}{2 \times 0^+} = \frac{3}{0^+} = +\infty \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1 + 2x^2}{(1 - x)(1 + x)} = \frac{1 + 2}{2(1 + (-1)^-)} = \frac{3}{2 \times 0^-} = \frac{3}{0^-} = -\infty \quad (\text{نمره } 0.25)$$

خطوط  $x = 1$  و  $x = -1$  مجانب های قائم هستند. (نمره ۰/۲۵)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

خط  $y = -2$  مجانب افقی است. (نمره ۰/۲۵)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

+∞ (د)

+∞ (ج)

-۱ (ب)

الف) ۱

۱ (و)

ه) -∞

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{ax^2}{x^2} = a = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = \frac{3x^2 - 9b}{(x - 3)^2}, \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty \Rightarrow \frac{27 - 9b}{0^+} = -\infty$$

$$\Rightarrow 27 - 9b < 0 \Rightarrow 9b > 27 \Rightarrow b > 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

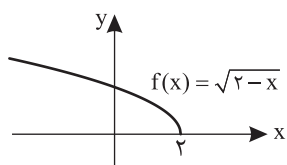
الف) درست (۲۵/۰ نمره)

تابع  $f(x) = \sqrt{2-x}$  در دامنه‌اش یعنی بازه  $(-\infty, 2]$  اکیداً نزولی است.

ب) درست (۲۵/۰ نمره)

ج) نادرست (۲۵/۰ نمره)

د) نادرست (۲۵/۰ نمره)

تابع  $f$  مجانب افقی ندارد.

$$f(x) = \pi \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 4 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^2 - x}{3x + 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^2}{3x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x = \pm\infty$$

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف)  $y = f(kx)$ ب) در ناحیه دوم  $\tan x$  منفی است و بازه تغییرات آن  $(-\infty, 0)$  است.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2 + (-3)}{1 - (-6)} = -\frac{1}{7} \quad \text{ج)}$$

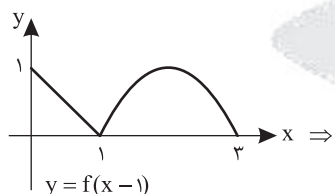
د) مجانب قائم  $x = -3$ .  $f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+3)}$  پس این تابع فقط یک مجانب قائم دارد.به طور کلی: الف)  $f(kx)$ ، ب)  $(-\infty, 0)$ ، ج)  $-\frac{1}{7}$ ، د) یک

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۹، ۴۲، ۳۰ و ۵۶)

## پاسخ سؤال ۳: (۵/۱ نمره)

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x-1} f(x-1) \xrightarrow{x \rightarrow \frac{x}{2}} f\left(\frac{x}{2}-1\right) \xrightarrow{x \rightarrow 2} 2f\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

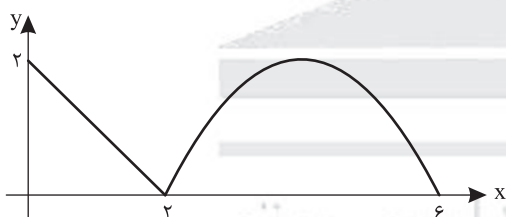
یک واحد به راست      دامنه  $x \rightarrow \frac{x}{2}$  بر ۱/۲      برد دو برابر



(۲۵/۰ نمره)



(۵/۱ نمره)



(۲۵/۰ نمره)

دامنه تابع نهایی بازه  $[0, 6]$  و برد آن بازه  $[0, 2]$  می‌باشد. (۵/۱ نمره)

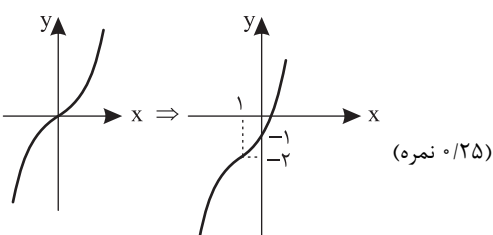
(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

## پاسخ سؤال ۴: (۲۵/۱ نمره)

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 2 \Rightarrow y = (x+1)^3 - 2 \quad \text{(۲۵/۰ نمره)}$$

$$y = x^3 \xrightarrow{x \rightarrow x+1} y = (x+1)^3 \xrightarrow{-2} y = (x+1)^3 - 2$$

یک واحد انتقال به چپ      دو واحد انتقال به پایین      (۲۵/۰ نمره)



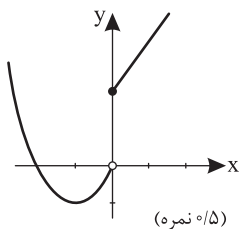
(۲۵/۰ نمره)

با توجه به نمودار، تابع رسم شده اکیداً صعودی است. (۲۵/۰ نمره)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۴)



## پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

اکیداً نزولی:  $(-\infty, -1)$  (۵/۵ نمره)اکیداً صعودی:  $(-1, +\infty)$  (۵/۵ نمره)

(۵/۵ نمره)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)

## پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

الف) چون  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  بر  $x-2$  و  $x+1$  بخش پذیر است، داریم:

$$x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow p(2)=0 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره}) \Rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow p(-1)=0 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره}) \Rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \Rightarrow a = b \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow 4a + 2a = -9 \Rightarrow 6a = -9 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2} \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

(ب)

$$x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۲)

## پاسخ سؤال ۷: (۱/۲۵ نمره)

$$y = -\pi \cos\left(\frac{1}{3}x\right) - 3\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\max = |-\pi| - 3\pi \quad (۲۵/۵ \text{ نمره}) \Rightarrow \pi - 3\pi = -2\pi \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\min = -|-\pi| - 3\pi \quad (۲۵/۵ \text{ نمره}) \Rightarrow -\pi - 3\pi = -4\pi \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

ضابطه تابع به صورت  $y = a \cos(bx) + c$  است که در آن،  $a$  منفی است. نصف دوره تناوب برابر ۴ است؛ پس:

$$\frac{1}{2}T = 4 \Rightarrow T = 8 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 8 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = \pm \frac{\pi}{4} \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

ماکزیمم تابع برابر ۱ و مینیمم آن برابر -۳ است.

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow |a| - 1 = 1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = -2 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$y = -2 \cos\left(\pm \frac{\pi}{4}x\right) - 1 \Rightarrow y = -2 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)

## پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵ نمره)

با استفاده از فرمول  $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$  داریم:

$$\cos 2x + 3 \sin x = 2 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + 3 \sin x = 2 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \quad (۲۵/۵ \text{ نمره}) \Rightarrow (\sin x - 1)(2\sin x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 1, \sin x = \frac{1}{2}$$

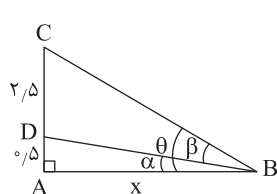
$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} & (۲۵/۵ \text{ نمره}) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} & (۲۵/۵ \text{ نمره}) \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۴)



## پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



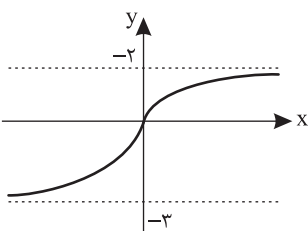
$$\triangle ABD: \tan \alpha = \frac{2/5}{x} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\triangle ABC: \tan \theta = \frac{5}{x} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{5}{x} - \frac{2/5}{x}}{1 + \frac{5}{x} \cdot \frac{2/5}{x}} = \frac{\frac{5 - 2/5}{x}}{1 + \frac{2}{x^2}} = \frac{2/5 x}{x^2 + 1/5} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۳)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۰ نمره)



(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

$$\text{الف) } = \frac{[2^-] - 2}{0^-} = \frac{1 - 2}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\text{ب) } = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x(x+2)}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x}{x+2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ج) } = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2x^2}{6x^2} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{د) } = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^4) = -3(+\infty) = -\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۱، ۵۵، ۶۶ و ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2ax + [x]}{1 - x^2} = \frac{2a + 1}{0^-} = -\infty \Rightarrow 2a + 1 > 0 \Rightarrow a > -\frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2ax + [x]}{1 - x^2} = \frac{2a + 0}{0^+} = -\infty \Rightarrow 2a < 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < a < 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۵۵ و ۵۸)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۵/۱ نمره)

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \text{مجاانب قائم} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{3}{0^+} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{3}{0^-} = -\infty \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y = 1 \quad \text{مجاانب افقی} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

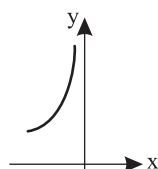
دقت کنید  $x = -1$  نمی‌تواند مجانب قائم باشد چون  $-\infty$  یا  $+\infty$  (نمره ۰/۲۵).

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۲۵/۱ نمره)

$$x - |x| = 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - [0, +\infty) \Rightarrow D_f = (-\infty, 0) \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{x-|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{x-(-x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{2x} = \frac{0-2}{0^-} = \frac{-2}{0^-} = +\infty \quad (\text{نمره } 0/25)$$

تابع در همسایگی چپ  $x = 0$  تعریف شده و داریم:نمودار تابع در مجاورت  $x = 0$  (مجاانب قائم) به صورت زیر است:

(نمره ۰/۲۵)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)



## پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

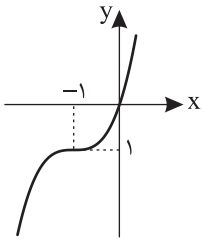
پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست، ابتدا  $f(x-1)$  رسم می‌شود. سپس با تبدیل  $x$  به  $2x$ ، دامنه را نصف می‌کنیم.در روشی دیگر می‌توان نوشت  $y = f(2(x - \frac{1}{2}))$ ، ابتدا  $y = f(2x)$  رسم می‌شود، سپس  $\frac{1}{2}$  واحد به سمت راست منتقل می‌شود.

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = (x+1)^3 - 1$$

(ب) درست،



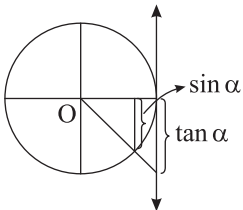
(ج) نادرست، به دلیل پرش نمودار در مجانب‌های قائم

(د) درست، خطوط  $x = \pm 1$  مجانب قائم نیستند. چون زیر رادیکال صورت را منفی می‌کنند و تنها  $y = 0$  مجانب افقی تابع است.

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

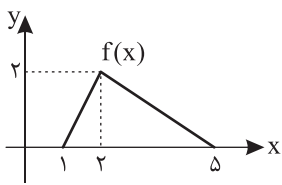
الف) دامنه باید عدد منفی  $k$  تقسیم شود:

$$a \leq x \leq b \xrightarrow{+k} \frac{a}{k} \geq x \geq \frac{b}{k} \Rightarrow D_{f(kx)} = [\frac{b}{k}, \frac{a}{k}]$$

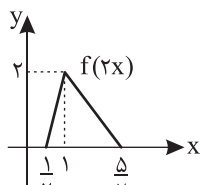
(ب)  $y = -f(-x)$ (ج) کوچک‌تر  $\tan \alpha < \sin \alpha$ 

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{\pi})^+} [\frac{-x+1}{\tan \pi x}] = [\frac{\frac{3}{2}}{-\infty}] = [0^-] = -1 \leftarrow -1 \text{ (د)}$$

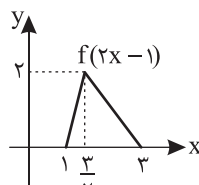
## پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)



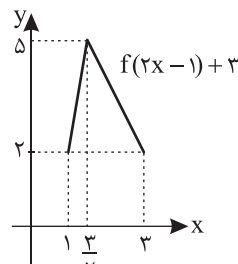
(۰/۲۵ نمره)



(۰/۲۵ نمره)



(۰/۲۵ نمره)

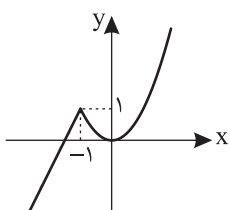


(۰/۲۵ نمره)

دامنه  $[1, 3]$  (۰/۲۵ نمره)برد  $[2, 5]$  (۰/۲۵ نمره)

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۲)

## پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



(۰/۷۵ نمره)

(۰/۲۵ نمره)  $(-\infty, -1]$  یا  $(-\infty, -1)$ : اکیداً صعودی(۰/۲۵ نمره)  $[-1, 0]$  یا  $(-1, 0)$ : اکیداً نزولی(۰/۲۵ نمره)  $(0, +\infty)$  یا  $[0, +\infty)$ : اکیداً صعودی

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۸)





## پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

## پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\left(\frac{1}{e}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{e}\right)^{x-1} \geq 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{e}\right)^{x+1} \geq \left(\frac{1}{e}\right)^{x-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{e}\right)^{2x+2} \geq \left(\frac{1}{e}\right)^{x-1} \Rightarrow 2x+2 \leq x-1 \Rightarrow x \leq -3$$

توجه کنید تابع  $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$  اکیداً نزولی است و با حذف پایه‌ها از طرفین جهت نامساوی عوض می‌شود.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۲)

## پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

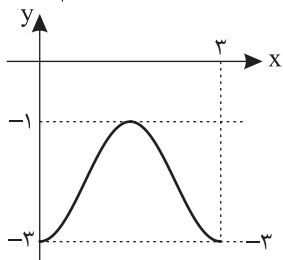
$$\begin{cases} p(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b + \delta = 0 \\ p\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b + \delta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0.5) \\ b = -\frac{3}{2} \quad (\text{نمره } 0.5) \end{cases}$$

$$x^5 + 2x^5 = (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16) \quad (\text{نمره } 0.5)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۲)

## پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$T = \frac{3\pi}{2} = 3 \Rightarrow \max = -1, \min = -3$$



(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

## پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\min = a - 2|b| = a - 2b = -1$$

تابع به ازای  $\frac{3\pi}{4}$  بیشترین مقدار خودش را دارد پس  $\frac{3\pi}{4}$  را در ضابطه قرار دهیم باید کمان  $\frac{\pi}{4}$  شود.

$$\frac{b}{3} \times \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۸)

## پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = \frac{1 - \tan 2\alpha}{1 + \tan 2\alpha} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{3}\right)}{1 + \left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{\frac{7}{3}}{-\frac{1}{3}} = -7$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$\text{الف) } \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ب) } \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cot 2x = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$$

$$\frac{\pi}{4} - x = k\pi + \frac{\pi}{4} - 2x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)





## پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: حسابان (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{[x]+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-1+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} 0 = 0 \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x^2+3}{x^2+3x} \right) \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x}{x^2} - \frac{2x^2}{x^2} \right) = 0 - 2 = -2 \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{2x+\sqrt{x^2+2x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2x+|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2x-x} = 2 \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| + \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} + 1 = +\infty \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۵۵، ۵۸ و ۶۶)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$۱) \ n=1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{3x-1} = 1 \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

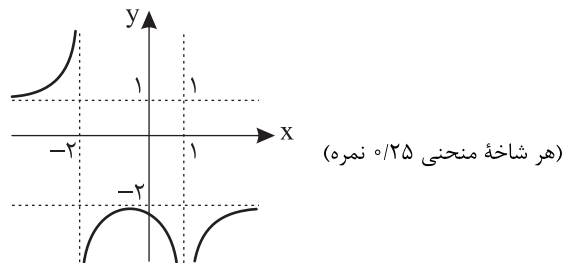
$$۲) \ n \geq 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x^n+2x-1} = 0 \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2+bx-6x^2+2x}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-6)x^2+(b+2)x}{2x-1} = 4 \Rightarrow \begin{cases} a-6=0 \Rightarrow a=6 \quad (\text{نمره } ۵/۲۵) \\ \frac{b+2}{2} = 4 \Rightarrow b=6 \quad (\text{نمره } ۵/۲۵) \end{cases} \Rightarrow a-b=0 \quad (\text{نمره } ۵/۵)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۲)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)



(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} |x+1| &= 3 \Rightarrow \begin{cases} x+1=3 \Rightarrow x=2 \quad (\text{نمره } ۵/۲۵) \\ x+1=-3 \Rightarrow x=-4 \quad (\text{نمره } ۵/۲۵) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+\sqrt{x-1}}{x-2} = 2 \Rightarrow y=2 \quad (\text{نمره } ۵/۲۵)$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۶۹)

| سرگروه          | گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا) | ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا) |
|-----------------|--|----------------------------------|
| حسین شفیعی زاده | مهرداد کیوان - ماهان متش - علی اصغر ناری   | ابوالفضل فروغی - محمد منتظران    |

## واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

|   |
|---|
| زهره احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان |
|---|



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) نادرست (ب) درست (ج) درست (د) نادرست

توضیحات آموزشی:

(الف) تابع  $f(2x)$  از انقباض افقی  $f(x)$  به دست می آید. بنابراین طول نقاط نصف می شود و جواب درست  $A'(1, 3)$  است.

(ب) به ازای  $x = -1$  عبارت  $x^6 - 1$  برابر صفر است پس  $x^6 - 1$  بر  $x + 1$  بخش پذیر است.

(ج) از قضیه پرتوان استفاده می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^7 + 2x^7 - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^7) = -\infty$$

(د) تابع را ساده می کنیم:

$$y = \frac{x(x+1)}{x^7} = \frac{x+1}{x^6} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^6} = \pm\infty$$

پس  $x = 0$  مجانب قائم است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۰، ۲۲، ۵۵ و ۶۵)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف)  $[4, +\infty)$  (ب)  $\pm 2$  (ج)  $+\infty$  (د)  $y = 0$

توضیحات آموزشی:

(الف) تابع  $\log x$  اکیداً صعودی است. پس:

$$\log(x+1) \leq \log(2x-3) \Rightarrow x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow 4 \leq x$$

با این شرط، دو شرط دامنه یعنی  $x+1 > 0$  و  $2x-3 > 0$  هم برقرار است.

(ب) مقدار چندجمله ای به ازای  $x = a$  برابر صفر است.

$$x^7 + ax - 1 = a^7 + a^7 - 1 = 2a^7 - 1 = 0 \Rightarrow a = \pm 2$$

(ج) چون  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^7 x}{x^7} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x}{x^7} + \frac{\sin^7 x}{x^7} \right) = +\infty + 1 = +\infty$$

(د)

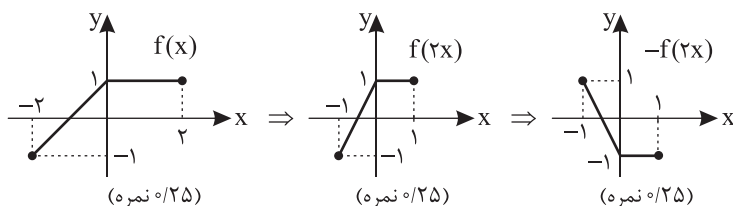
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^7-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^6} = 0$$

پس  $y = 0$  مجانب افقی است.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۱۸، ۱۹، ۵۴ و ۶۸)

## پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

به صورت مرحله ای نمودار تابع خواسته شده را رسم می کنیم:



دامنه تابع نهایی برابر  $[-1, 1]$  (نمره ۲۵/۰) و برد آن برابر  $[-1, 1]$  (نمره ۲۵/۰) است. در بازه  $[0, 1]$  هم صعودی است و هم نزولی. (نمره ۲۵/۰)

توضیحات آموزشی: برای آنکه از  $f(x-1)$  به  $f(x)$  برسیم باید نمودار  $f(x-1)$  را یک واحد به چپ انتقال دهیم و برای آنکه از  $f(x)$  به  $-f(2x)$  برسیم، باید طول نقاط را نصف و عرض نقاط را قرینه کنیم.

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۸ و ۱۰)



## پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$f\left(\frac{x}{p}\right) \Rightarrow \text{طول نقاط در } 2 \text{ ضرب} \quad (25\% \text{ نمره})$$

$$f\left(\frac{x-3}{p}\right) \Rightarrow 3 \text{ واحد به راست} \quad (25\% \text{ نمره})$$

$$4f\left(\frac{x-3}{p}\right) \Rightarrow \text{عرض نقاط } 4 \text{ برابر} \quad (25\% \text{ نمره})$$

$$4f\left(\frac{x-3}{p}\right) + 2 \Rightarrow 2 \text{ واحد به بالا} \quad (25\% \text{ نمره})$$

توضیحات آموزشی: اگر طول نقاط  $f(x)$  را  $k$  برابر کنیم، تابع  $f\left(\frac{x}{k}\right)$  به دست می‌آید. اگر  $k > 0$  باشد، نمودار  $f(x-k)$  از انتقال افقی  $f(x)$  به سمت راست به دست می‌آید.

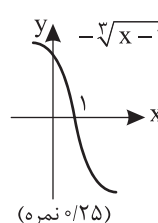
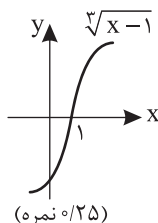
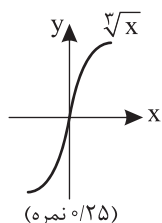
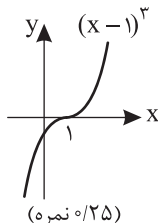
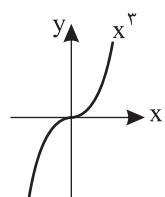
اگر عرض نقاط  $f(x)$  را  $k$  برابر کنیم، تابع  $kf(x)$  به دست می‌آید.

اگر  $k > 0$  باشد، نمودار  $f(x) + k$  از انتقال عمودی  $f(x)$  به سمت بالا به دست می‌آید.

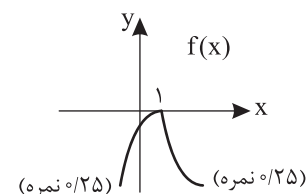
(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۷، ۳ و ۹)

## پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

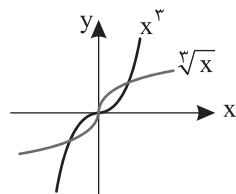
(الف)



(ب) در بازه  $[1, +\infty)$  صعودی (۲۵٪ نمره) و در بازه  $[1, +\infty)$  نزولی (۲۵٪ نمره) است.



توضیحات آموزشی: وارون تابع  $y = x^3$  تابع  $y = \sqrt[3]{x}$  است که نمودار آن به صورت زیر است:



(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۲۱)

## پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 - 16 + 2a + 4 = 0 \Rightarrow a = 2 \quad (25\% \text{ نمره})$$

$$(25\% \text{ نمره})$$

$$x - a = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad (25\% \text{ نمره})$$

$$R = f(2x - 3) = f(1) = 1 - 4 + a + 4 = 3 \quad (25\% \text{ نمره})$$

$$(25\% \text{ نمره})$$

توضیحات آموزشی: باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $ax + b$  برابر  $f\left(-\frac{b}{a}\right)$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)



## پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} \max = 2 + |a| & (\text{نمره } 0.25) \\ \min = 2 - |a| & (\text{نمره } 0.25) \end{cases} \Rightarrow 2 + |a| = 2 - |a| + 6 \Rightarrow |a| = 3 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\text{ب) } T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{a}\right|} = 2|a| = 6 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

توضیحات آموزشی: در تابع  $y = a \sin bx + c$  روابط زیر برقرار است:

$$\max = c + |a|$$

$$\min = c - |a|$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۷)

## پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

$$\begin{cases} \max = c + |a| = 2 & (\text{نمره } 0.25) \\ \min = c - |a| = -2 & (\text{نمره } 0.25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 & (\text{نمره } 0.25) \\ |a| = 2 & (\text{نمره } 0.25) \end{cases} \xrightarrow{a < 0} a = -2 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$T = 2 \times \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \left|\frac{2\pi}{b}\right| = \pi \Rightarrow |b| = 2 \quad (\text{نمره } 0.25) \Rightarrow b = \pm 2 \quad (\text{هر دو مقدار قابل قبول است})$$

$$f(x) = c + a \cos bx = -2 \cos(2x) \quad (\text{نمره } 0.25)$$

توضیحات آموزشی: فاصله افقی بین طول نقاط  $\max$  و  $\min$  متوالی برابر نصف دوره تناوب است.

در تابع  $y = a \cos bx + c$  اگر  $a > 0$  باشد، روی محور  $y$ ها ماکزیمم و اگر  $a < 0$  باشد، روی محور  $y$ ها مینیمم داریم.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۲۸)

## پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$2 \sin^2 x - 9 \sin x - 5 = 0 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\sin x = t \Rightarrow 2t^2 - 9t - 5 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}, t = 5$$

$t = 5$  قابل قبول نیست.

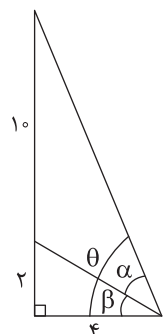
$$t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} & (\text{نمره } 0.25) \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} & (\text{نمره } 0.25) \end{cases} \Rightarrow x = \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (\text{نمره } 0.5)$$

توضیحات آموزشی: جوابهای معادله مثلثاتی  $\sin x = \sin \alpha$  به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۰)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



$$\tan \alpha = \tan(\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \tan \beta} = \frac{\frac{12}{4} - \frac{2}{4}}{1 + \frac{12}{4} \times \frac{2}{4}} = \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{5}{5} = 1 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

توضیحات آموزشی: روابط زیر برای تانژانت مجموع زوایا برقرار است:

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۳)



## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{\sin x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x^2 - 4} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{4x^3 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{4x} = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \pm\infty$$

توضیحات آموزشی: الف) اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  آنگاهعلامت جواب از روی علامت  $f$  و  $g$  در همسایگی محذوف  $a$  به دست می آید.ب) قضیه پرتوان: اگر  $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots$  و  $g(x) = a'x^m + b'x^{m-1} + \dots$  دو چندجمله ای باشند، آنگاه:

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^n}{a'x^m}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه های ۵۳ و ۵۴)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

باید صورت عامل  $x - 3$  داشته باشد که با مخرج ساده شود.

$$x^2 + ax + 3 = 0 \xrightarrow{x=3} 9 + 3a + 3 = 0 \Rightarrow a = -4 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x+1)(x-3)} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x+1)(x-3)} = \frac{x-1}{x+1} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \frac{-2}{0^-} = +\infty \quad (\text{نمره } 0/25)$$

توضیحات آموزشی: اگر  $f$  و  $g$  دو چندجمله ای و تابع  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  تا حد امکان ساده شده باشد، آنگاه ریشه های مخرج کسر، مجانب های قائم تابع  $\frac{f}{g}$  است.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۴)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۷۵/۰ نمره)

$$\text{مجاذب قائم: } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{مجاذب افقی: } \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 1}{x - 2} = 3 \Rightarrow y = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

نقطه  $A(2, 3)$  (نمره ۰/۲۵) نقطه برخورد مجانب هاست.توضیحات آموزشی: در تابع  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  خط  $x = -\frac{d}{c}$  مجانب قائم و خط  $y = \frac{a}{c}$  مجانب افقی است.در واقع ریشه مخرج مجانب قائم و حاصل  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  مجانب افقی است.

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۲۵ نمره)

باید  $x = 1$  ریشه مضاعف مخرج باشد. (نمره ۰/۲۵)

$$2x^2 + bx + c = 2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 2 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

توضیحات آموزشی: اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$  و  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$  یا  $-\infty$  باشد، آنگاه  $x = a$  ریشه مضاعف مخرج است.

به تفاوت دو مثال زیر توجه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x-1)(x+2)} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x-1)^2} = +\infty$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۸)



باسمه تعالی

## پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

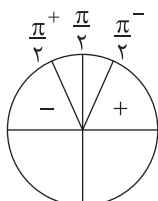
صفحه ۵ از ۵

پاسخ سؤال ۱۵: (۵/۰ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

توضیحات آموزشی: مقدار  $\tan \alpha$  وقتی  $\alpha$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی است، مثبت است و مقدار  $\tan \alpha$  وقتی  $\alpha$  در ناحیه دوم دایره مثلثاتی است، منفی است.



(حسابان دوازدهم، صفحه ۵۳)

| سرگروه         | گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)                 | ویراستاران                    |
|----------------|--|-------------------------------|
| حسین شفیع زاده | حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان<br>ماهان متش - علی اصغر ناری | ابوالفضل فروغی - محمد منتظران |

| واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)  |  |  |
|---|--|--|
| زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان |  |  |